

מיקרו 3

מרצה: נדב לוי

הנחיות:

- משך הבחינה: 3 שעות
- בבחינה ארבע שאלות, יש לענות על כולן. לכל השאלות משקל זהה (25 נקודות).
- חומר עזר: מחשבון
- יש לענות על כל השאלות באופן ענייני, קריא ומנומק. תשובות בכתב לא ברור יפסלו!

בהצלחה!

שאלה 1

עירית תל אביב מעוניינת לרכוש מתקני שתייה להתקנה בפארקים ברחבי העיר. התועלת לציבור התושבים מהתקנת X מתקני שתיה במחיר של p למתקן היא:

$$200\sqrt{x} - px$$

קיים ספק יחיד של מתקני שתיה שלו עלות קבועה c למתקן שתייה בודד. העירייה מעוניינת למקסם את תועלת התושבים.

א. הניחו ראשית כי העלות c ידועה לעירייה, המגישה לספק הצעה לרכישת X מתקנים במחיר של p למתקן. הספק יקבל כל הצעה שתיתן לו רווח לא שלילי. מה תהיה כמות המתקנים שהעירייה תבחר לרכוש? (כפונקציה של c)

בהמשך השאלה הניחו כי העלות c היא אינפורמציה פרטית של הספק (ואינה ידועה לעירייה). העירייה מעריכה כי $c = 5$ (בהסתברות 0.4) או $c = 10$ (בהסתברות 0.6).

ב. הניחו כי העיריה מציעה לספק חוזה רכש יחיד לרכישת X מתקנים במחיר p . חשבו את החוזה האופטימלי, הממקסם את תוחלת תועלת התושבים. (רמז: יש יותר מאפשרות אחת לבדוק)

הניחו כעת כי העיריה יכולה להציע לספק תפריט של שני חוזי רכש, האחד לרכישת X_1 יחידות במחיר p_1 והשני לרכישת X_2 יחידות במחיר p_2 . הספק יוכל לבחור באלטרנטיבה המועדפת עליו (או לסרב לשתייהן)

ג. כתבו את בעיית המקסימיזציה של העיריה כולל מגבלות התמריצים (IC) ומגבלות ההשתתפות (IR) הרלוונטיות.

ד. חשבו את תפריט החוזים האופטימלי שתציע העירייה. מה תהיה כמות מתקני השתייה (לא בהכרח מספר שלם) שתסופק כאשר עלות הספק היא $c = 10$? כיצד היא שונה מהכמות שחישבתם בסעיף א. עבור עלות זו? הסבירו בקצרה את הסיבה להבדל. (רמז: בפתרון האלגברי כדאי "להיפטר" מהמחירים על ידי הצבה ולהישאר עם בעיית בחירת הכמויות)

שאלה 2

לגלישה באינטרנט נדרשים חיבור לתשתית (מוצר A) וחיבור לספק (מוצר B). הביקוש לאינטרנט (שהוא גם הביקוש לכל אחד מהמוצרים) נתון על ידי

$$Q = 100 - p_A - p_B$$

כאשר p_A הוא מחיר החיבור לתשתית ו- p_B הוא מחיר החיבור לספק.

הניחו כי קיים ספק יחיד של מוצר A שלו עלות $c_A = 15$ ליחידה (חברה A) וספק יחיד אחר של מוצר B שלו עלות של $c_B = 10$ ליחידה (חברה B).

א. הניחו כי חברה A וחברה B בוחרות בו זמנית ובנפרד את מחירי המוצרים שהם מוכרות חשבו את פונקציות התגובה (best response) של כל אחת מהפירמות ומצאו את המחירים בשווי משקל נאש.

כעת הניחו כי משרד התקשורת קובע כי על חברה A (תשתית) לפרסם ראשונה את המחיר של מוצר A וכי חברה B (ספק) תפרסם את המחיר שלה רק לאחר שחברה A פרסמה את המחיר שלה.

ב. כתבו את בעיית המקסימיזציה של חברה A. מצאו את שווי המשקל התת-משחק פרפקטי וחשבו את המחירים שיקבעו בשווי משקל למוצר A ולמוצר B.

ג. בהשוואה לסעיף א. האם מחיר מוצר A גבוה יותר או נמוך יותר? מה לגבי מוצר B? הסבירו את האינטואיציה לתוצאה. האם הצרכנים מרוויחים או מפסידים מהמדיניות שקבע משרד התקשורת?

כעת הניחו שוב כי כל החברות קובעות מחירים בו זמנית, אך ישנן שתי ספקיות אינטרנט (חברות B_1 ו- B_2) וחברת תשתית אחת (חברה A).

ד. חשבו את המחירים p_A , p_{B_1} , p_{B_2} שיקבעו בשווי משקל נאש. (הדרכה: חשבו ראשית מהם המחירים שיקבעו ספקיות האינטרנט)

שאלה 3

לפרט שונא סיכון רכב שערכו 100 (אלף) ש"ח. הפרט יכול לבחור באחת משתי פעולות: לנהוג בזהירות או לא להיזהר. הפרט מתקשה להיזהר בנהיגה ועלות המאמץ (במונחים כספיים) היא 1 (גם כן באלפים). תועלת vNM של הפרט, אם אינו מתאמץ היא:

$$\sqrt{w}$$

ואם הוא מתאמץ

$$\sqrt{w} - 1$$

ישנם שני מצבים אפשריים: לא קורית תאונה (ולא נגרם נזק): $w = 100$ ותאונה (נזק מלא) $w = 0$. ההסתברות לתאונה היא 0.2 אם הפרט נזהר ו 0.5 אם אינו נזהר.

א. בהינתן שאינו מבטח, האם הפרט יזהר בנהיגה או לא יזהר?

הניחו שישנה חברת ביטוח מונופוליסטית, אדישה לסיכון, שיכולה להציע לפרט חוזה ביטוח שיבטח אותו מנזקי התאונה.

ב. נניח כי חברת הביטוח (ע"י התקנת מערכת עיקוב ברכב) יכולה למדוד באופן אמין אם הפרט נוהג באופן זהיר. מהו החוזה שתציע חברת הביטוח, במידה והיא בוחרת להתנות את תשלום הביטוח בנהיגה זהירה? האם החוזה מבטח את הפרט באופן מלא? מהי תוחלת הרווח של חברת הביטוח? הראו כי חוזה זה רווחי יותר מחוזה שאינו מתנה את תשלום הביטוח בנהיגה זהירה.

הניחו כעת מערכת העיקוב התגלתה כלא אמינה וחברת הביטוח אינה יכולה יותר להתנות את תשלום הביטוח במקרה תאונה בנהיגה זהירה. רשמו את בעיית מקסום הרווח של חברת הביטוח ואת מגבלות IC ו- IR הרלוונטיות.

ג. חשבו את החוזה שממקסם את רווחי חברת הביטוח. האם החוזה מבטח את הפרט באופן מלא? אם לא, מהו גודל ההשתתפות העצמית של המבוטח? (הערה: בפתרון, אין צורך בהוכחה פורמלית אילו מהמגבלות קושרות.)

שאלה 4

במדינה פרטים רבים, שונאי סיכון שלכל אחד תועלת מרכוש $u(w) = \sqrt{w}$ ורכוש תחילי $w = 400$. בהסתברות חיובית, כל פרט עלול לחלות במחלה הניתנת לריפוי. עלויות הטיפול הרפואי במקרה מחלה הן $L = 300$.

לפרטים הסתברויות שונות לחלות במחלה. קיימים שלושה טיפוסים, בשכיחות שווה (1/3):

- פרט מטיפוס H יחלה במחלה בהסתברות של $q_H = 0.7$
- פרט מטיפוס M יחלה במחלה בהסתברות של $q_M = 0.6$
- פרט מטיפוס L יחלה במחלה בהסתברות של $q_L = 0.4$

במדינה קיים שוק לביטוח בריאות, שבו מבטחים תחרותיים רבים, אדישים לסיכון, מציעים ביטוח בריאות שיכסה את הוצאות הטיפול במחלה (במלואן).

א. מה המחיר המקסימלי שכל אחד מטיפוסי הפרטים מוכן לשלם על ביטוח בריאות?

בהמשך השאלה, הניחו כי ההסתברות של פרט לחלות במחלה היא אינפורמציה פרטית של הפרט.

ב. מצאו את כל שיווי המשקל התחרותיים בציונליות. לכל שיווי משקל אפשרי, חשבו את פרמיית הביטוח, ואת קבוצת הטיפוסים שתרכוש את הביטוח, ונמקו מדוע זהו שיווי משקל.

כדי להבטיח שכל הפרטים ירכשו ביטוח בריאות, הממשלה שוקלת להטיל קנס F על פרט שאינו רוכש ביטוח. הממשלה מעוניינת שגובה הקנס יהיה נמוך ככל הניתן.

ג. רשמו תנאי הנדרש על הקנס F לקיומו של שיווי בציונליות שבו כל הפרטים רוכשים ביטוח (אין צורך לפתור באופן מפורש ל- F). בהינתן קנס מינימלי זה, האם קיים שיווי משקל נוסף שבו חלק מהפרטים אינם רוכשים ביטוח?

ד. רשמו התנאים הנדרשים על הקנס F שיבטיח ששיווי המשקל שבו כל הפרטים רוכשים ביטוח הוא שיווי המשקל היחיד (אין צורך לפתור באופן מפורש ל- F).