

סלקציה שלילית

- **סלקציה שלילית (adverse selection)** - מודל בו צד אחד הינו בעל האינפורמציה ויודע לזהות את איכות המוצר ("מיועד") וצד שני הינו חסר אינפורמציה ואינו יודע לזהות איכות המוצר ("לא מיועד").
- בשורה התחתונה - "מעניין" אותנו להתייחס ל"רצונות" של המיועד מול ה"רצונות" של הלא מיועד – ולבדוק מתי יש חפיפה ביניהם.
- מהות השם "**סלקציה שלילית**" – הנטייה של האיכויות הטובות להישאר מחוץ לסחר במודל זה, משום שחוסר הודאות גורם למחיר השוק לשקף מעין איכות "ממוצעת" ובמחיר זה לא משתלם לאיכויות הגבוהות להשתתף בסחר. זהו כשל שוק.

חלק א' – מקרה בדיד

שאלה בסיסית לדוגמא

- בבזאר מכוניות משומשות ישנם מעט מוכרים והרבה קונים. המוכרים מכירים את איכות המכונות שברשותם ואילו הקונים אינם יודעים לזהות את האיכות. עם זאת, ידוע כי 20% מהמכונות בבזאר הן באיכות "טובה", 70% מהמכונות באיכות "בינונית" ו-10% מהמכונות באיכות "גרועה".
- שווי המכונות לבעליהן הינו : 8000 ₪ עבור מכונת טובה, 4000 ₪ עבור מכונת בינונית ו-1000 ₪ עבור מכונת גרועה.
- שווי המכונות לקונים הינו : 10000 ₪ עבור מכונת טובה, 7000 ₪ עבור מכונת בינונית ו-2000 ₪ עבור מכונת גרועה.
- מצאו ש"מ בציפיות ראציונליות (המחיר למכונת וקבוצת המכונות הנמכרות בש"מ).

נסמן : G – מכונת מאיכות טובה; M – מכונת מאיכות בינונית; B – מכונת מאיכות גרועה;

ארגז כלים - "סלקציה שלילית - מקרה בדיד"

.1



.2

$$Q(P) = \begin{cases} G, M, B & \text{if } P \geq 8000 \\ M, B & \text{if } 4000 \leq P < 8000 \\ B & \text{if } 1000 \leq P < 4000 \end{cases}$$

.3

.4

$$P(Q) = \begin{cases} 0.2 \cdot 10,000 + 0.7 \cdot 7000 + 0.1 \cdot 2000 = 7100 & \text{if } Q(P) = \{G, M, B\} \\ \frac{0.7}{0.8} \cdot 7000 + \frac{0.1}{0.8} \cdot 2000 = 6375 & \text{if } Q(P) = \{M, B\} \\ \frac{0.1}{0.1} \cdot 2000 = 2000 & \text{if } Q(P) = \{B\} \end{cases}$$

ציפיות ראציונליות <=

לסיכום, קיבלנו שני ש"מ :

$$(1) \quad Q = \{M, B\} \quad P = 6375 \quad (G \text{ לא נמכר})$$

$$(2) \quad Q = \{B\} \quad P = 2000 \quad (G+M \text{ לא נמכרים})$$

סלקציה שלילית <=

- שיפור פארטו - תזכורת : אם במעבר בין אלטרנטיבות מצב כל הפרטים שופר ואף פרט לא נפגע – זהו שיפור פארטו. בנסוח מקביל ניתן גם להגיד כי האלט' המהווה שיפור פארטו היא גם שולטת פארטו על השנייה (והשנייה נשלטת).
- מקובל בנושא זה לבדוק כיצד משתנה מצב הפרטים בין 2 אלטרנטיבות ולנתח האם אחת האלטרנטיבות היא שיפור פארטו של השנייה.
- במודל זה נתייחס בניתוח שיפור פארטו רק למיודעים {למה?}.
- למשל, בדוגמא הקודמת : ש"מ (1) שולט פארטו על ש"מ (2) מאחר שגם M וגם B מרוויחים (מחיר גבוה יותר) ואילו G ללא שינוי (בכל מקרה לא נמכר).
- יעילות פארטו : בנושא זה הקצאה תהיה יעילה פארטו אם לא יהיה כשל שוק (לא תהיה סלקציה שלילית). כל עוד יש – ההקצאה אינה יעילה.

חלק ב' – מקרה רציף**שאלה בסיסית לדוגמא + סובסידיה**

בשוק המכוניות קונים רבים אך מעט מוכרים.

איכות המכוניות מיוצגת ע"י הפרמטר θ אשר מתפלג באופן אחיד על הקטע $[0, 1000]$.

השווי של מכונית מאיכות θ הינה 2θ למוכר ו- $2\theta + 400$ לקונה.

המוכרים מזהים את איכות המכונית אך הקונים לא.

(א) מצאו שמ"ת בציפיות רציונליות.

(ב) הממשלה שוקלת לתת לקונים סובסידיה כדי שכל המכוניות יימכרו. מהו גובה הסובסידיה הדרוש לכך?

פתרון**סעיף א'**

(1) זיהוי הצדדים : המוכרים הם המיודעים והקונים הם הלא מיודעים.

(2) מיודע :

■ ניסוח כלל ההחלטה {מוכר ימכור מכונית אם המחיר שיוצע לו גדול/שווה לשווי המכונית עבורו} + בידוד הפרמטר :

$$Q(P) = \{\theta | P \geq 2\theta\} = \left\{\theta | \theta \leq \frac{P}{2}\right\}$$

■ שרטוט ציר :

(3) לא מיודע + ש"מ :

$$P = E\left(2\theta + 400 \mid \theta \in \left[0, \frac{P}{2}\right]\right)$$

$$P = 2E\left(\theta \mid \theta \in \left[0, \frac{P}{2}\right]\right) + 400 \Rightarrow P = 2 \cdot \left[\frac{0 + \frac{P}{2}}{2}\right] + 400 \Rightarrow P = 800 \Rightarrow Q = (\theta | \theta \in [0, 400])$$

סעיף ב'

* מבחינת המוכרים אין שינוי – כלל ההחלטה זהה וההיצע זהה $\Rightarrow$ המחיר הדרוש לכך שכל המכוניות יימכרו הינו $P=2000$.

* מבחינת הקונים – הם אמנם יציעו P אך ישלמו רק $P-S$, כאשר מטרת הסובסידיה היא להביא לכך שהקונים יציעו

מחיר ברוטו של 2000 בש"מ. לכן :

$$2000 - s = 2 \cdot \underbrace{E\left(\theta \mid \theta \in \left[0, \frac{2000}{2}\right]\right)}_{500} + 400 \Rightarrow s = 600$$

מקרה רציף - דוגמא יותר מורכבת – אפשרות לבדיקה

בשוק הדירות יד שנייה בת"א קונים רבים אך מעט מוכרים. איכות הדירה ידועה למוכרים אך אינה ידועה לקונים.

איכות הדירות מסומנת בפרמטר θ ומתפלגת באופן אחיד בקטע $[0, 50000]$.

שווי דירה מסוג θ הינו θ למוכרים ו- $\theta + 1000$ לקונים.

א. מצאו ש"מ בציפיות רציונליות.

כעת הניחו כי לכל מוכר דירה יש אפשרות לשלם C (הניחו $C \leq 100$) ולהביא שמאי מקרקעין אשר יוכיח את איכות הדירה לטובת הקונים. במצב כזה הקונים מוכנים לשלם את השווי המדויק של הדירה עבורם.

ב. מצאו ש"מ בציפיות רציונליות כפונקציה של C – אילו מוכרים יזמינו שמאי? אילו מוכרים ימכרו מבלי להזמין שמאי? באיזה מחיר ימכרו הדירות?

ג. הניחו כעת כי $C=40$. מצבם של מי מהמוכרים השתפר ומי הורע? האם האפשרות לבדיקה מהווה שיפור פארטו ביחס למצב המוצא בסעיף א'?

פתרון**סעיף א'**

$$Q(P) = \{\theta \mid P \geq \theta\} = \{\theta \mid \theta \leq P\}$$

$$P = E(\theta + 1000 \mid \theta \in [0, P])$$

$$\Rightarrow P = E(\theta \mid \theta \in [0, P]) + 1000 \Rightarrow P = 2000 \Rightarrow Q = [0, 2000]$$

סעיף ב'

הטריק בסעיף זה מצוי בצד "המידע" $\Leftarrow$ למוכרים יש 3 אפשרויות :

1. לא למכור $\Leftarrow$ נשארים עם θ

1. למכור רגיל בלי שמאי $\Leftarrow$ לקבל P "ממוצע" שנקבע בשוק (לפי המודל).

2. למכור עם שמאי $\Leftarrow$ להוכיח את ערך הדירה ולקבל : $\theta + 1000 - C$

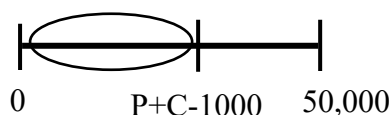
• $C \leq 100 \Leftarrow 1 > 3 \Leftarrow$ אף אחד לא יבחר ב-1.

• לכן, הקבוצה של מכירה רגילה (אופ' 2 – עם מחיר ב- P) נקבעת ביחס לאפשרות למכור עם שמאי (אופ' 3) :

* ניסוח כלל ההחלטה מוכר ימכור בלי להזמין שמאי אם הרווח ממכירה ללא שמאי גדול מהרווח ממכירה עם שמאי + בידוד הפרמטר :

$$Q(P) = \{\theta \mid P \geq \theta + 1000 - C\} = \{\theta \mid \theta \leq P + C - 1000\}$$

* שרטוט ציר :



לא מיועד {קוני דירות ממוכרים שלא מזמינים שמאי} + ש"מ :

$$P = E(\theta + 1000 \mid \theta \in [0, P + C - 1000]) \Rightarrow P = E(\theta \mid \theta \in [0, P + C - 1000]) + 1000$$

$$\Rightarrow P = \frac{P + C - 1000}{2} + 1000 \Rightarrow P = C + 1000 \Rightarrow Q(P) = [0, 2C]$$

* ניתן לראות שהאפשרות לבדיקה מפחיתה (במקרה זה מבטלת) את כשל השוק – כל הדירות נמכרות.

סעיף ג' {ללא סרטון}

נזכיר כי בסעיף א' המחיר בשוק היה 2000 והאיכויות שמכרו הן האיכויות עד 2000.

כעת, עבור $C=40$:

$$P = 1040 \Rightarrow Q(P) = [0, 80]$$

כלומר, המחיר בשוק למכירה בלי שמאי הוא 1040 והאיכויות עד 80 מוכרים בלי שמאי.

האיכויות מעל 80 מוכרים עם שמאי (במחיר $\theta + 1000$).

נפריד בניתוח :

האיכויות עד 80 (מכירה בלי שמאי) – מכרו קודם ב-2000 וכעת ב-1040 $\leq$ מצבם הורע.

האיכויות מעל 80 (מכירה עם שמאי) –

עד איכות 2000 – מכרו גם קודם, נשווה בין התועלות שלהם בשני המצבים – לאילו איכויות עדיף המצב החדש?

$$\overbrace{\theta + 1000}^{\text{רווח עם שמאי}} - \underbrace{40}_C \geq \overbrace{2000}^{\text{מחיר סעיף ראשון (=רווח)}} \rightarrow \theta \geq 1040$$

כלומר :

$$80 < \theta < 1040 \rightarrow u \downarrow ; 1040 < \theta < 2000 \rightarrow u \uparrow$$

כל האיכויות שמעל 2000 – קודם לא מכרו וכעת מוכרים – מצבם שופר.

אין שיפור פארטו כי חלק מהפרטים נפגעו.

- איכות הרהיטים בחנויות יד שנייה מתפלגת באופן אחיד בקטע $[100, 800]$.
- רהיט מאיכות a שווה למוכר a ולקונה $1.2a$. המוכרים יודעים את איכות הרהיטים והקונים יודעים רק את ההתפלגות. עקב ירידה בפופולאריות הענף (מעבר לאינטרנט) ידוע כי q אחוז מהמוכרים מעוניינים לסגור את חנותם ולכן מעוניינים למכור את סחורתם בכל מחיר.
- א. מהו מחיר ש"מ בציפיות רציונליות כפונקציה של q ?
- ב. חשבו את המחירים כאשר $q=0\%$, $q=20\%$, $q=100\%$. כיצד ניתן להסביר את התוצאות?

פתרון

* האילוח "חייבים למכור" גורם למיודע להתפלג ל-2 קבוצות – קבוצת מוכרים רגילה אשר תמכור בהינתן תנאי מסויים, וקבוצת מוכרים אשר תמכור בכל מחיר.

* שימו לב שהקונים לא יודעים מי אלו המוכרים שרוצים למכור בכל מחיר, אבל הם יודעים שיש q אחוזים כאלו.

ארגז כלים :

(1) זיהוי הצדדים – המוכרים הם המיודעים והקונים הם הלא מיודעים (+ מתחרים).

(2) מיודע –

[כלל החלטה : $(1-q)$ אחוזים ימכרו רהיט אם מחירו אינו נמוך מהשווי שלו עבורם; q אחוזים ימכרו בכל מחיר]

* ניסוח כלל ההחלטה + בידוד הפרמטר :

$$(1-q) \Rightarrow Q(P)^1 = \{a \mid P \geq a\} = \{a \mid a \leq P\} \quad q \Rightarrow Q(P)^2 = \{a \mid a \in [100, 800]\}$$



* שרטוט ציר : קבוצה ראשונה -

(ועבור הקבוצה השנייה כל הקטע רלוונטי)

(3) לא מיודע + ש"מ –

$$P = (1-q) \cdot E(1.2a \mid a \in [100, P]) + q \cdot E(1.2a \mid a \in [100, 800])$$

$$P = (1-q) \cdot 1.2 \cdot \frac{100+P}{2} + q \cdot 1.2 \cdot 450 \Rightarrow P = \frac{60 + 480q}{0.4 + 0.6q}$$

סעיף ב'

כאשר $q=0 \Rightarrow P=150$ (התוצאה שהייתה מתקבלת בשאלה רגילה ללא האילוח)

כאשר $q=0.2 \Rightarrow P=300$

כאשר $q=1 \Rightarrow P=540$ (כלומר כאשר כולם חייבים למכור ללא תלות במחיר, המחיר שווה לשווי התוחלת בכל הקטע)

מסקנה : כאשר אחוז המוכרים בכל מחיר עולה, כך הקבוצה הרלוונטית מבחינת הקונים גדלה ולכן המחיר שהם יכולים לשלם כדי להגיע לתוחלת תועלת 0 הינו גבוה יותר.

הערה : ההבדל המרכזי בין שאלה זאת ובין שאלת השמאי (איתות) נעוץ בעובדה שכאן הקונים יודעים כי יש כאלו שימכרו בכל מחיר אבל לא יודעים מי אלו – קונה ספציפי מציע מחיר ואז המוכר שמולו צריך להחליט אם הוא מוכר או לא, אבל ייתכן שהקונה "נפל" על מוכר מהקבוצה השנייה, ולכן יש מחיר אחד משוקלל שמתייחס לשתי הקבוצות. לעומת זאת, בשאלת השמאי יש "איתות" – הקונים רואים מי הזמין שמאי ומי לא, זה יוצר עבורם זיהוי ולכן יש מחיר שונה לכל קבוצה.